

V. V. MAYER, R. V. MAYER
EXPERIMENTAL RESEARCH OF BODY ROTATION
IN A VISCOUS MEDIUM

An educational practical physics laboratory work has been suggested on the experimental study of body rotation in a viscous medium. The theory is expounded, the experimental installation is described, the order of conducting is stated, the results of the tests are given and analysed.

В. В. МАЙЕР, Р. В. МАЙЕР
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ТЕЛА
В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ

Предложена лабораторная работа физического практикума по экспериментальному изучению вращения тела в вязкой среде. Подробно изложена теория, описана экспериментальная установка, указан порядок проведения, приведены и проанализированы результаты опытов.

Известные демонстрации существования сил вязкого трения [1, 2], а также лабораторные работы по изучению движения тела в вязких средах [3, 4] не позволяют количественно исследовать изменения кинематических параметров движения тела с течением времени, зависимость силы вязкого трения от скорости движения. А такое учебное исследование необходимо, так как помимо решения чисто механических задач оно приводит к зависимостям, которые в дальнейшем используются при изучении многочисленных переходных процессов (например, происходящих при заряде и разряде конденсатора).

В основе предлагаемой лабораторной работы лежит идея, что изучение кинематических характеристик движения в среде с трением наиболее удобно осуществлять при вращательном движении, так как в этом случае тело может совершать значительные перемещения при небольших размерах установки.

1. ТЕОРИЯ ЯВЛЕНИЯ. Рассмотрим вращение тела в вязкой среде под действием постоянного вращающего момента \vec{M} . Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M} + \vec{M}_\tau, \quad (1)$$

где J — момент инерции тела относительно оси вращения, $\vec{\omega} = d\vec{\varphi}/dt$ — угловая скорость, $\vec{M}_T = -\beta\vec{\omega}$ — тормозящий момент, β — коэффициент вязкого трения. Проецируя (1) на ось вращения, для проекции углового ускорения получаем:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J} \left(1 - \frac{\beta}{M}\omega \right). \quad (2)$$

Разделив переменные получившегося дифференциального уравнения, и интегрируя, приходим к следующему выражению:

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{1 - \beta\omega/M} = \frac{M}{J} \int_0^t dt, \quad (3)$$

где ω_0 — начальная угловая скорость вращения в момент времени $t = 0$. Взяв интеграл, получаем:

$$\omega(t) = \frac{M}{\beta} \left(1 - \left(1 - \frac{\beta}{M}\omega_0 \right) e^{-\beta t/J} \right). \quad (4)$$

Для определения зависимости углового ускорения от времени достаточно продифференцировать это уравнение:

$$\varepsilon(t) = \frac{M}{J} \left(1 - \frac{\beta}{M}\omega_0 \right) e^{-\beta t/J}. \quad (5)$$

Графики зависимостей $\omega = \omega(t)$, соответствующие сонаправленным и противоположно направленным векторам начальной скорости $\vec{\omega}_0$ и вращающего момента \vec{M} представлены на рис.1, а (за начало отсчета времени принят момент $t = 0$, когда угловая скорость достигла значения $\omega = \omega_0$). Из уравнения (4) следует, что при $t \rightarrow \infty$ угловая скорость вращения стремится к некоторому значению, называемому предельной скоростью:

$$\omega_n = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{M}{\beta}. \quad (6)$$

Предельная скорость соответствует установившемуся движению, при котором вращающий момент полностью компенсируется тормозящим моментом, и вращение происходит равномерно. В случае, когда начальная скорость диска равна нулю ($\omega_0 = 0$), из формулы (4) получаем:

$$\omega(t) = \frac{M}{\beta} (1 - e^{-\beta t/J}). \quad (7)$$

Соответствующая кривая приведена на рис.1, б. Если движение (4) происходит в отсутствие вращающего момента ($\vec{M} = 0$), то предельное значение скорости $\omega_{\text{п}} = 0$, а зависимость скорости от времени имеет вид:

$$\omega(t) = \frac{M}{\beta} - \left(\frac{M}{\beta} - \omega_0 \right) e^{-\beta t/J} = \omega_0 e^{-\beta t/J}. \quad (8)$$

График этой зависимости дан на рис.1, в.

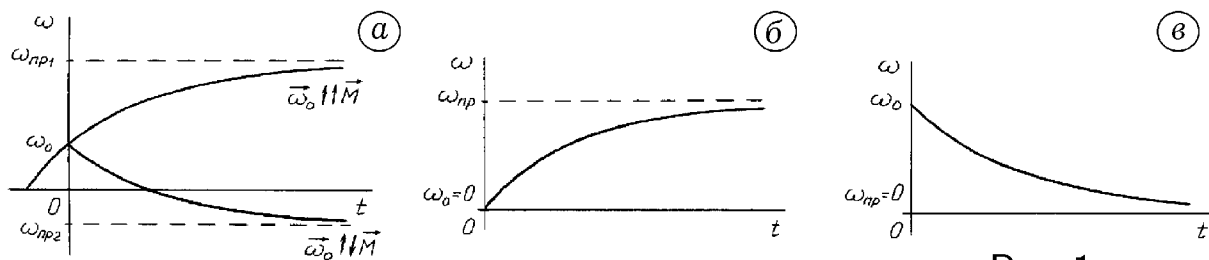


Рис. 1

Вообще говоря, тормозящий момент не прямо пропорционален угловой скорости, а зависит от нее более сложным образом. Для экспериментального изучения этой зависимости требуется измерять тормозящий момент при данной угловой скорости вращения тела. Когда скорость вращения равна предельному значению, тормозящий момент по модулю равен вращающему. Вращающий момент можно определить как произведение момента инерции диска на его угловое ускорение в начале движения, когда скорость, а значит и торможение пренебрежимо малы. Таким образом, создавая различные вращающие моменты, измеряя угловое ускорение в начале движения и предельную скорость вращения, можно изучить зависимость $M_{\tau} = M_{\tau}(\omega)$.

Измерение кинематических параметров вращающегося диска целесообразно осуществлять методом счета нанесенных по краю диска и равноотстоящих друг от друга N меток. Выведем формулы для расчета угловых перемещения, скорости и ускорения.

При совершении диском полного оборота (угол $\theta = 2\pi$) счетчик зафиксирует все N меток. Повороту на одно деление между соседними метками соответствует угол $\Delta\theta = 2\pi/N$. Положим, что в течение времени счета τ зафиксированы n_i меток, то есть диск успел повернуться на угол $n_i\Delta\theta$. Тогда средняя угловая скорость диска за время проведения i -го измерения равна

$$\omega_i = n_i\Delta\theta/\tau = 2\pi n_i/(N\tau). \quad (9)$$

В наших экспериментах угловая скорость в течение времени изме-

рения изменяется незначительно, поэтому полученное значение можно считать мгновенной скоростью. Точно так же можно определить угловую скорость ω_{i+1} при следующем измерении, происходящем через некоторое время T . При достаточно малом T , например $T = 2\tau$, угловое ускорение диска остается практически постоянным, поэтому можно считать, что оно равно

$$\varepsilon = (\omega_{i+1} - \omega_i)/T. \quad (10)$$

Для нахождения угловой координаты диска в момент проведения $i + 1$ -ого измерения используется формула

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \omega_i T + \varepsilon_i T^2/2, \quad (11)$$

где φ_i — угол, на который повернулся диск к моменту проведения i -го измерения.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА. *Экспериментальная установка* (рис. 2) состоит из алюминиевого диска 1 со съемной крыльчаткой 2, который посредством магнитного держателя 3, 4, 5 подвешен на кронштейне. Электронная часть установки содержит измеритель скорости вращения, состоящий из формирователя импульсов 6, ключевого устройства 7 и счетчика импульсов 8; а также оптодатчик, включающий фотодиод 9 и лампочку 10. Алюминиевый диск приводится во вращение индукционным двигателем 11.

Индукционный двигатель представляет собой П-образный сердечник с двумя обмотками. На первичную обмотку подают регулируемое посредством ЛАТРа переменное напряжение, вторичная обмотка замкнута накоротко. При этом вблизи полюсов двигателя, обращенных к диску, возникает переменное магнитное поле. Оно порождает в алюминиевом диске вихревые токи и, взаимодействуя с ними, раскручивает диск. Оптодатчик установлен так, что отверстия диска проходят между лампочкой и фотодиодом, то открывая, то затемняя последний. В результате этого на выходе фотодиода появляются импульсы напряжения, которые поступают на один из входов ключевого устройства.

Второй вход ключевого устройства соединен с генератором, который формирует электрический сигнал периодом T , поочередно открывающий и закрывающий ключевое устройство на время τ . Когда ключевое устройство открыто, оно пропускает на счетчик поступающие с фотодиода импульсы, который их считает. В течение следующего интервала τ , ключевое устройство закрывается и происходит

индикация сосчитанного числа импульсов. Далее процесс счета и индикации повторяется с периодом $T = 2\tau$.

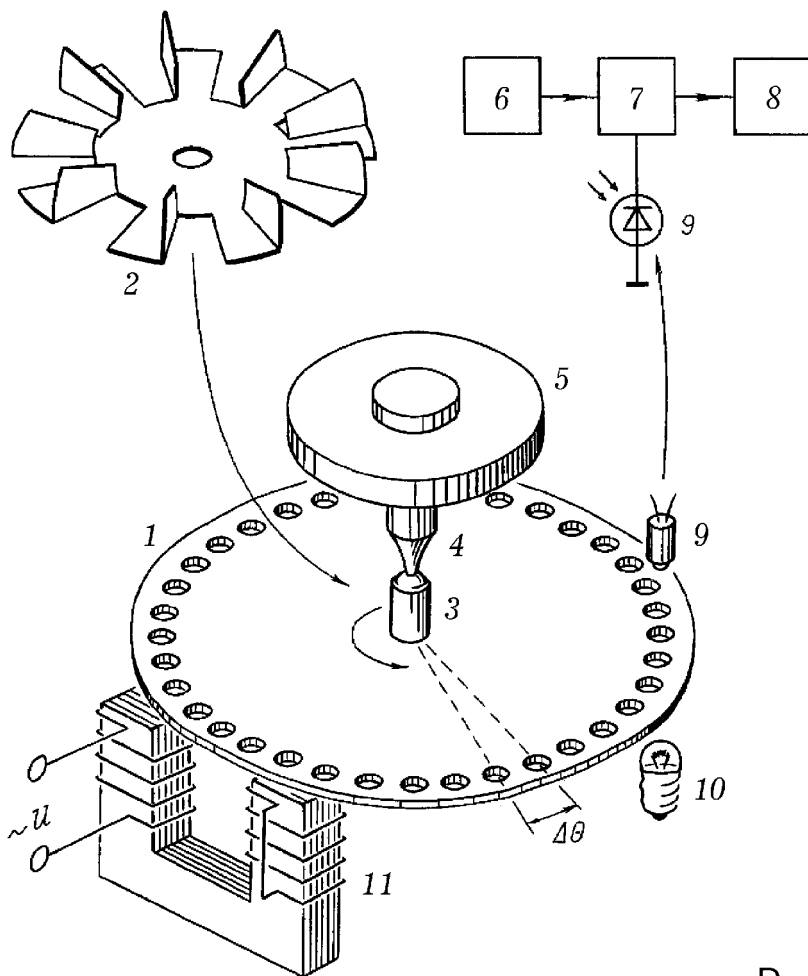
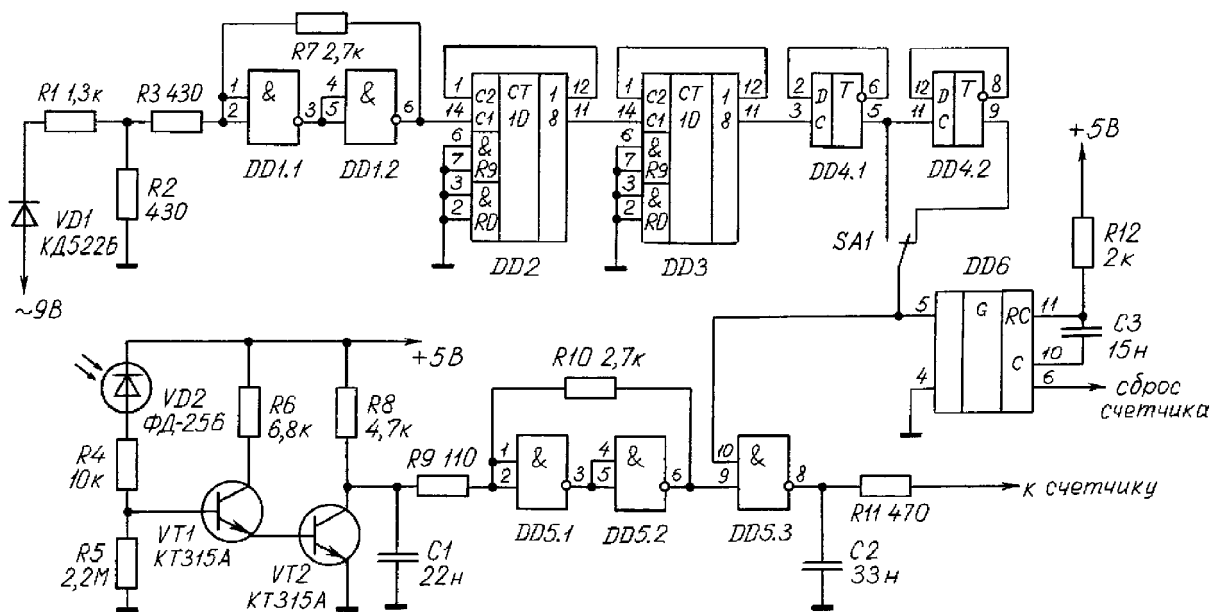


Рис. 2

Конструкция установки. На рис.3 приведена принципиальная схема электронного блока установки, который состоит из формирователя счетных импульсов, собранного на DD1, DD2, DD3, DD4, ключевого устройства на VT1, VT2 и DD5, блока обнуления, выполненного на DD6, а также трехразрядного счетчика импульсов собранного по типовой схеме [5], которая здесь не приводится. Синусоидальный сигнал 9 В, снимаемый со вторичной обмотки силового трансформатора блока питания прибора, выпрямляется диодом VD1 и поступает на триггер Шмитта на DD1.1 и DD1.2, который преобразует его в прямоугольные импульсы частотой 50 Гц. Каждый из двоично-десятичных счетчиков DD2 и DD3 понижает частоту сигнала в 10 раз, каждый из D-триггеров DD4.1 и DD4.2 преобразует входной сигнал в меандр, уменьшая частоту в 2 раза. Поэтому на вход 10 ключевого элемента DD5.3 поступают прямоугольные импульсы скважностью 1, частота которых в зависи-

мости от положения переключателя SA1 равна 0,25 или 0,125 Гц. Это соответствует времени счета $\tau = 2$ с и периодичности $T = 4$ с, или $\tau = 4$ с и периодичности $T = 8$ с.



DD1, DD5 K155ЛА3
DD2, DD3 K155ИЕ2

DD4 K155ТМ2
DD6 K155АГ1

К выв. 14 DD1, DD4, DD5, DD6; \longleftrightarrow +5В
к выв. 5 DD2, DD3
К выв. 7 DD1, DD4, DD5, DD6; \longleftrightarrow Общ.
к выв. 10 DD2, DD3

Рис. 3

В результате периодического освещения фотодиода VD2 на выходе усилителя, собранного на транзисторах VT1 и VT2 появляются импульсы напряжения, преобразуемые триггером Шмитта на DD5.1 и DD5.2 в прямоугольные. Когда на входе 10 ключевого элемента DD5.3 логическая единица, ключевой элемент открыт и пропускает импульсы с фотодиода на вход счетчика. При появлении на выходе формирователя логического нуля, ключевой элемент закрывается и счет импульсов прекращается. В обоих режимах работы прибора, соответствующих различным положениям переключателя SA1, время счета импульсов с фотодиода равно времени индикации и составляет 2 и 4 с.

В нашем варианте установки использовался алюминиевый диск диаметром 200 мм, толщиной 1–1,5 мм, по периферии которого выполнено 96 прорезей или 48 отверстий. Центр диска 1 (рис.2) прикреплен к алюминиевому столбику 3, в верхний конец которого ввинчен стальной болт с гладкой сферической шляпкой радиусом 3 мм. Магнитный подвес выполнен в виде вертикально закрепленного на кронштейне стального стержня 4, на который надет кольцевой керамический магнит 5 от динамика внешним диаметром 55 мм, толщиной 8 мм. Нижний ко-

нец стержня имеет каплевидную форму радиус закругления составляет 2–3 мм. Крыльчатка 2 изготовлена из латуни и имеет 8–12 крылышек, площадью 6 см² каждое, расположенных на расстоянии 50 мм от оси вращения. Сечение сердечника индукционного движителя 25 × 30 мм², первичная обмотка имеет 800–1000 витков провода ПЭЛ 0,78, вторичная короткозамкнутая обмотка намотана проводом ПЭЛ 1,3 и содержит 80 витков.

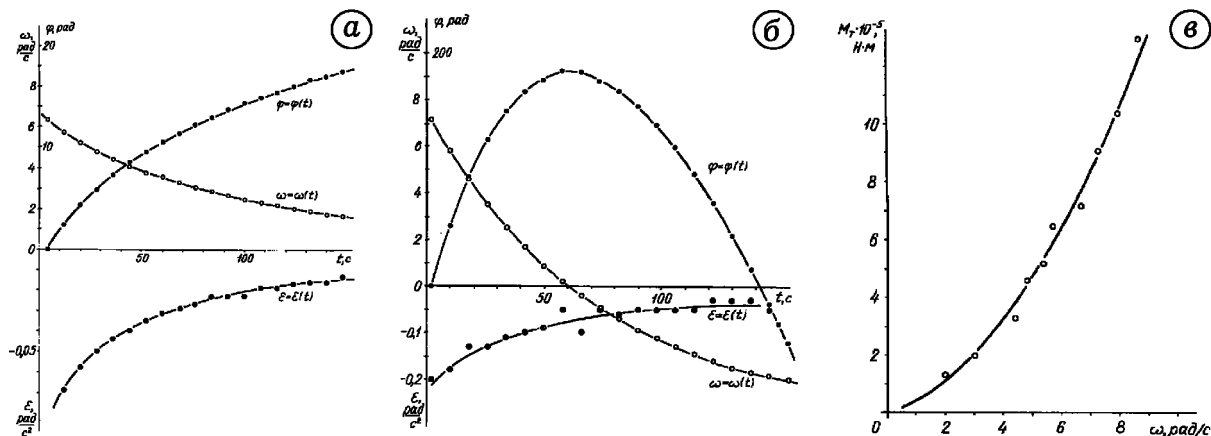


Рис. 4

3. ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ. Разработанная нами методика проведения лабораторной работы предполагает самостоятельное выполнения учащимися следующих экспериментов.

1. *Изучение торможения диска под действием сил вязкого трения.* Диск раскручивают до некоторой скорости, после чего выключают движитель и начинают записывать показания счетчика. По полученным данным строят графики зависимости угловой скорости от времени, угла поворота и углового ускорения от времени, которые имеют вид, представленный на рис. 4, а. Видно, что с течением времени угловая скорость уменьшается до нуля (предельное значение), угол поворота монотонно возрастает, угловое ускорение стремится к нулю оставаясь направленным противоположно скорости. С целью изучения зависимости вязкого трения от формы тела, с диска снимают крыльчатку. В этом случае скорость уменьшается медленнее, что свидетельствует об уменьшении тормозящего момента.

2. *Разгон и торможение диска индукционным движителем.* Диск раскручивают до некоторой скорости, после чего поворачивают движитель так, чтобы он вращал диск в противоположном направлении. Получающиеся при этом графики представлены на рис. 4, б. Угловая скорость убывает до нуля, меняет свое направление и увеличивается

по модулю. Угол поворота возрастает, в некоторый момент времени, соответствующий остановке диска, достигает максимума, затем убывает. Угловое ускорение стремится к нулю, оставаясь противоположно направленным к угловой скорости.

3. *Изучение зависимости тормозящего момента от угловой скорости.* Для проведения опыта параллельно движителю подключают вольтметр. Подавая напряжения 30 В, 40 В ... снимают первые 2–3 показания счетчика, затем подождяв 3–4 минуты, когда скорость вращения диска достигнет предельного значения, записывают соответствующее количество импульсов. По начальным показаниям счетчика определяют угловое ускорение, приобретаемое диском в начале движения, когда сила сопротивления близка к нулю, и, оценив момент инерции диска, определяют действующий на него со стороны движителя раскручивающий момент.

Когда угловая скорость вращающегося диска достигает предельного значения, раскручивающий момент равен тормозящему. Это позволяет определить величину тормозящего момента и соответствующее ему значение угловой скорости. График зависимости тормозящего момента от угловой скорости представляет собой возрастающую кривую (рис. 4, в).

При отчете по работе студенты анализируют получившиеся кривые, качественно и количественно объясняют их форму, рисуют векторы угловых перемещения, скорости и ускорения в различных экспериментах в разные моменты времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лекционные демонстрации по физике / Под ред. В. И. Ивероновой.— М.: Наука, 1972.— С. 88–90.
2. Стрелков С. П. Механика.— М.: Наука, 1975.— С. 138–140.
3. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л. Л. Гольдина. — М.: Наука, 1973.— С. 140–146.
4. Лабораторный практикум по физике / Под ред. К. А. Барсукова и Ю. И. Уханова.— М.: Высшая школа, 1988. — С. 36–40.
5. Борисов В., Партин А. Основы цифровой техники: Счетчики импульсов // Радио.— 1985.— N 10.— С. 51–53.

Майер В. В., Майер Р. В. Экспериментальное изучение вращения тела в вязкой среде. — Преподавание физики в высшей школе.— 1996.— № 7.— С. 59–68.