

# ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Майер Р.В.

ГОУ ВПО “Глазовский государственный педагогический институт”, Глазов

Изучение основ теории колебательного движения предполагает рассмотрение вынужденных колебаний и механического резонанса. При обсуждении этого вопроса в классах с углубленным изучением физики учитель может рассмотреть математическую модель вынужденных колебаний в системе без затухания, написать второй закон Ньютона и получить из него неоднородное дифференциальное уравнение:

$$\vec{F}_y + \vec{F}_m \cos \omega t = m\vec{a}, \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = f_m \cos \omega t,$$

где  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  — собственная частота колебательной системы,  $f_m = F_m/m$  — амплитуда силы, приходящаяся на единицу массы. Его решение ищут в виде:  $x = A \cos(\omega' t + \varphi)$ . Подставляя его в дифференциальное уравнение, получают:

$$-A\omega'^2 \cos(\omega' t + \varphi) + A\omega_0^2 \cos(\omega' t + \varphi) = f_m \cos \omega t,$$

$$A \cos(\omega' t + \varphi)(\omega_0^2 - \omega'^2) = f_m \cos \omega t.$$

Это равенство превращается в истинное высказывание в случае, когда:

$$\varphi = 0, \quad \omega' = \omega, \quad A = f_m / (\omega_0^2 - \omega^2).$$

Затем учитель строит резонансную кривую для колебательной системы без затухания и с затуханием, обращая при этом внимание учащихся, что при отсутствии силы вязкого трения амплитуда колебаний на резонансной частоте стремится к бесконечности.

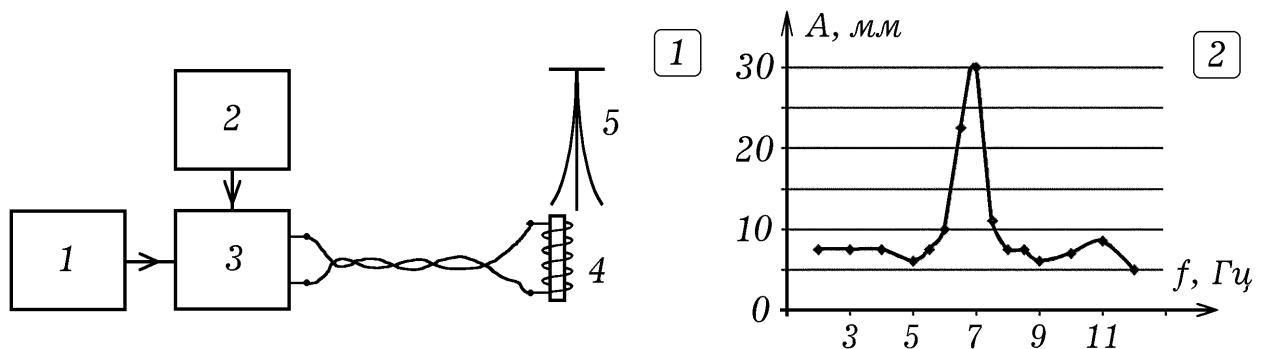


Рис. 1. Экспериментальная установка и резонансная кривая.

Для экспериментального изучения механического резонанса может быть использована установка, состоящая из звукового генератора 1, блока питания 2, формирователя импульсов 3, электромагнита с сердечником 4 и стальной линейки 5, верхний конец которой закреплен (рис. 1.1). Генератор вырабатывает электрические колебания частотой 20–200 Гц, формирователь импульсов понижает их частоту в 10 раз и выдает электрические импульсы достаточно большой мощности, поступающие на обмотку электромагнита. Возникает переменное магнитное поле, линейка начинает совершать вынужденные колебания, амплитуда которых измеряется с помощью миллиметровой шкалы. Изменяя частоту вынуждающей силы и измеряя амплитуду колебаний, учащиеся снимают резонансную кривую. Уменьшают длину незакрепленной части линейки, увеличивая тем самым собственную частоту колебательной системы, и повторяют измерения. Чтобы увеличить затухание на линейке закрепляют бумажный экран. В опытах использовалась дроссельная катушка на 2400 витков с сердечником, длина свободной части стальной линейки 18–20 см, расстояние от ее нижнего конца до сердечника 5–10 мм. Получающаяся резонансная кривая приведена на рис. 1.2.

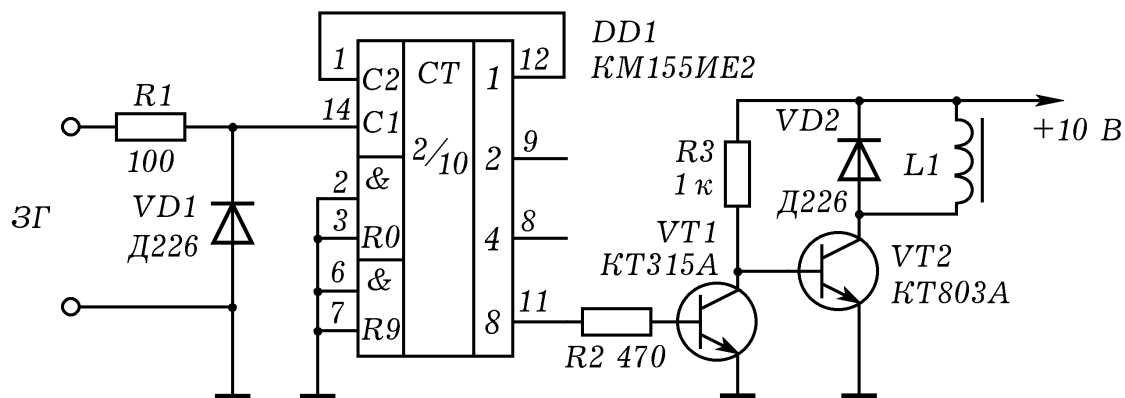


Рис. 2. Принципиальная схема формирователя импульсов.

На рис. 2 представлена принципиальная схема формирователя импульсов. Он состоит из делителя частоты на микросхеме KM155IE2 и усилителя на двух транзисторах, к выходу которого подключена обмотка электромагнита L1.

При изучении вынужденных колебаний могут быть использованы компьютерные модели (Web-сайт <http://maier-rv.glazov.net>).

Из второго закона Ньютона  $ma_x = F_m \cos \omega\tau - kx - r v_x$  следует:

$$a_x^{t+1} = (F_m \cos \omega\tau - kx^t - r v_x^t) / m, \quad v_x^{t+1} = v_x^t + a_x^{t+1} \Delta\tau, \quad x^{t+1} = x^t + v_x^{t+1} \Delta\tau.$$

При написании программы следует создать цикл по времени  $t$ , в котором будут вычисляться координата, скорость и ускорение в дискретные моменты  $t$  и строиться графики  $x(t)$ ,  $v_x(t)$ ,  $a_x(t)$ , а также фазовая кривая. Ниже представлен листинг программы на языке Borland Pascal 7.0, результат моделирования – на рис. 3. Изменяя частоту вынуждающей силы и определяя амплитуду установившихся колебаний, можно провести серию вычислительных экспериментов и построить резонансную кривую.

Uses dos, crt, graph;

{ Программа }

Const Fm=10; w=8; m=1; r=0.5; k=100;

Mx=20; Mv=20; Ma=2; Mf=2; Mt=50; dt=0.0005;

Var x,v,a,F,t : Real; j,xx,vv,aa,FF,tt,Gd,Gm : Integer;

BEGIN Gd:=Detect; InitGraph(Gd,Gm,'c:\bp\bgi');

line(30,300,650,300); line(30,500,30,10);

Repeat t:=t+dt; F:=Fm\*sin(w\*t);

a:=(F-r\*v-k\*x)/m; x:=x+v\*dt; v:=v+a\*dt; tt:=round(t\*Mt);

xx:=round(x\*Mx); vv:=round(v\*Mv); aa:=round(a\*Ma);

FF:=round(F\*Mf); circle(30+tt,300-xx,1);

circle(30+tt,300-vv,1); circle(30+tt,300-aa,2);

until KeyPressed; CloseGraph;

END.

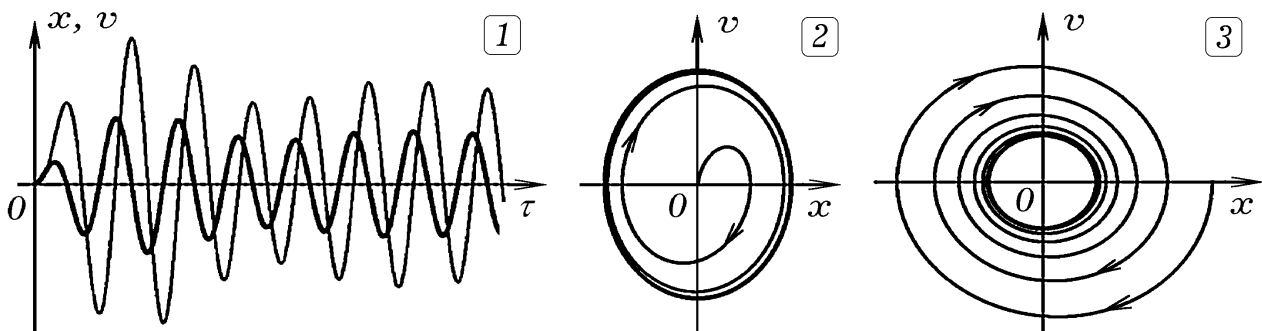


Рис. 3. Результаты моделирования вынужденных колебаний.