

Майер Р.В.

ГОУ ВПО “Глазовский государственный педагогический институт”

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МАШИНЫ ПОСТА И ТЬЮРИНГА
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ**

Традиционная методика изучения информатики предполагает теоретический анализ следующих универсальных описаний алгоритмов: 1) абстрактные машины Поста и Тьюринга; 2) система нормальных подстановок Маркова; 3) рекурсивные функции. Они позволяют обосновать понятие алгоритма, показать, что он разложим на простые операции, доказать алгоритмическую разрешимость той или иной задачи. Эффективность изучения абстрактных машин Поста и Тьюринга повысится, если студенты будут использовать компьютерные модели, на которых они смогут апробировать анализируемые программы.

Машина Поста (МП) — гипотетическое устройство, состоящее из каретки (считывающей и записывающей головки) и бесконечной ленты, разбитой на ячейки. В каждой ячейке либо стоит метка, либо нет. Используется унарная система счисления: числу 5 соответствует 5 ячеек с метками, расположенные по порядку. Программой МП является конечный список из следующих команд: сместить каретку влево/вправо и перейти к команде n ; если в обозреваемой ячейке метка, то перейти к команде n , иначе — к m ; стереть метку и перейти к команде n ; поставить метку и перейти к команде n ; остановиться. С помощью МП можно показать, что любой сложный алгоритм разложим на простые операции.

----- ПР - 1

```
Uses crt, dos; const N=35; t=100; {Машина Поста — Borland Pascal 7.0}
Var z,lenta: string; a, kom : array [1..N] of string;
    k, kk : array [1..N] of integer; x, p, i, ii : integer; Label m1, m2;
Procedure Programma;
Begin x:=7; {Программа МП: вычитание двух чисел}
lenta:='VVVVVVV-VV-----';
kom[1]:='left'; k[1]:=2; kom[2]:='if'; k[2]:=1; kk[2]:=3;
kom[3]:='erase'; k[3]:=4; kom[4]:='right'; k[4]:=5;
kom[5]:='if'; k[5]:=4; kk[5]:=6; kom[6]:='erase'; k[6]:=7;
kom[7]:='right'; k[7]:=8; kom[8]:='if'; k[8]:=9; kk[8]:=1;
kom[9]:='stop'; k[9]:=0;
end;
Procedure Pechat;
begin writeln; p:=p+1; For i:=1 to N do write(a[i], ' '); writeln(' ', p, ' ');
For i:=1 to x-1 do write('--'); write('M');
delay(200*t); Sound(1000); delay(200*t); Nosound; end;
BEGIN clrscr; Programma; For i:=1 to N do begin a[i]:=copy(lenta,i,1); end;
Pechat; ii:=1; m2: If Keypressed then goto m1; If kom[ii]='stop' then goto m1;
If kom[ii]='left' then begin x:=x-1; Pechat; ii:=k[ii]; goto m2; end;
If kom[ii]='right' then begin x:=x+1; Pechat; ii:=k[ii]; goto m2; end;
If kom[ii]='erase' then begin a[x]:='-'; Pechat; ii:=k[ii]; goto m2; end;
```

```

If kom[ii]='metka' then begin a[x]:='V'; Pechat; ii:=k[ii]; goto m2; end;
If kom[ii]='if' then begin z:=a[x];
If z='-' then ii:=k[ii] else ii:=kk[ii]; goto m2; end;
writeln; writeln('ОШИБКА В СТРОКЕ ', ii);
m1: writeln; writeln('КОНЕЦ РАБОТЫ');
Repeat until KeyPressed;
END.

```

Компьютерная программа ПР–1, моделирующая работу машины Поста при вычитании двух чисел, представлена выше. Начальное состояние МП и реализуемый ею алгоритм записывается в процедуру Programma, при этом для его кодирования используются команды “left”, ”right”, ”metka”, ”erase”, ”if”, ”stop”. На рис.1 приведена программа, осуществляющая сложение целых чисел. Она записана в общепринятых обозначениях, словесно и в том виде, в котором он воспринимается программой ПР–1.

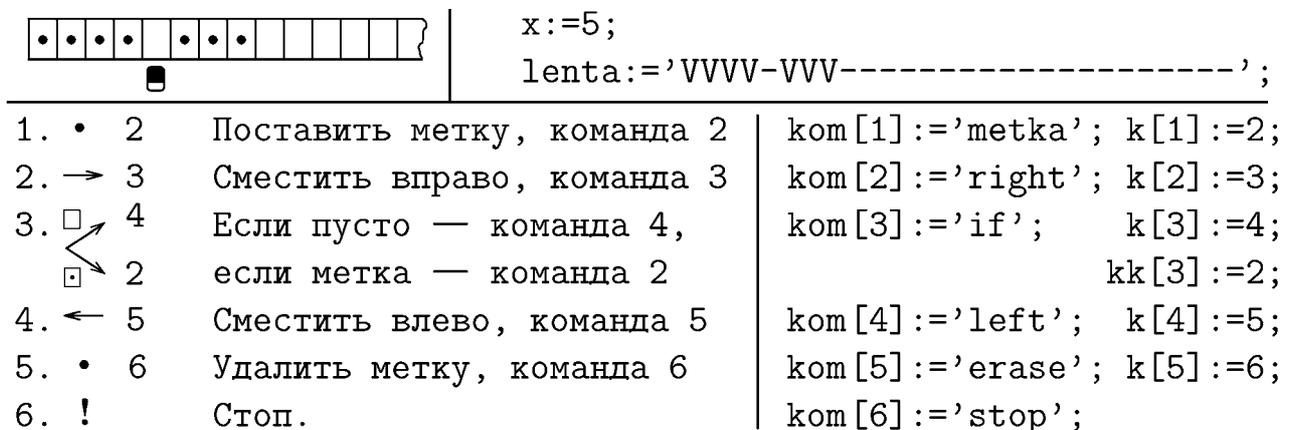


Рис. 1. Программа сложения двух чисел на машине Поста.

Задача 1. Промоделируйте МП, которая уменьшает целое число a на 2.

Решение: В процедуру Programma (ПР–1) следует вставить следующий код:

```

x:=1; lenta:='VVVVVV-----';
kom[1]:='right'; k[1]:=2; kom[2]:='if'; k[2]:=3; kk[2]:=1; kom[3]:='left'; k[3]:=4;
kom[4]:='erase';
k[4]:=5; kom[5]:='left'; k[5]:=6; kom[6]:='erase'; k[6]:=7; kom[7]:='stop';

```

Машина Тьюринга (МТ) состоит из бесконечной подвижной ленты, разделенной на ячейки, головки чтения/записи и управляющего устройства. Головка чтения/записи может считывать содержимое обозреваемой ячейки, стирать, либо записывать один символ из алфавита X . Устройство управления находится в одном из множества состояний Q . Программа МТ состоит из команд, имеющих вид: $q_i a_j \rightarrow q'_i a'_j d_k$. Это означает следующее: если в обозреваемой ячейке a_j , а МТ в состоянии q_i , то МТ переходит в состояние q'_i , в данную ячейку записывается a'_j , головка смещается на d_k ячеек (если $d_k = L$ — на одну влево, если R — на одну вправо). Оказавшись в состоянии q_z , МТ останавливается.

```

Uses crt, graph; {машина Тьюринга – Borland Pascal 7.0}
Type c=array[1..15] of string; Const a : c=(' ','1','1','1','1','1','1','_','_','_','_','_','_','_');
N=50;
Var i,k,m,s,flag : integer; x1,x2,x4,x5,x6,q: string; kom : array[1..N] of string;
Label m1; { Программа МТ: увеличение числа на 2 }
BEGIN clrscr; m:=2; {положение головки} q:='1'; {состояние МТ}
kom[1]:='11>11R'; kom[2]:='1_>21R'; kom[3]:='2_>21S';
Repeat flag:=0; s:=s+1;
For i:=1 to N do begin
x1:=copy(kom[i],1,1); x2:=copy(kom[i],2,1); x4:=copy(kom[i],4,1);
x5:=copy(kom[i],5,1); x6:=copy(kom[i],6,1);
If (flag=0)and(x1=q)and(x2=a[m]) then begin q:=x4; a[m]:=x5;
If x6='R' then m:=m+1; if x6='L' then m:=m-1;
If x6='S' then goto m1; flag:=1; end; end; m1: k:=k+1;
For i:=1 to 20 do write(a[i],' '); writeln(' ',q,' k=',k);
delay(5000); sound(1000); Delay(5000); Nosound;
For i:=1 to m-1 do write('=='); write('|'); writeln;
until x6='S'; Readkey;
END.

```

Программа ПР-2 моделирует работу МТ, которая увеличивает целое число, записанное в унарной системе счисления, на 2. Символы на ленте задаются массивом $a[i]$, состояние МТ — переменной q , положение головки — переменной m .

Задача 2. Напишите программу для МТ, складывающую два целых числа, заданных набором единиц.

Решение: Пусть начальное состояние ленты МТ: $_11111_1111_$, головка находится напротив левой единицы. МТ находится в состоянии 1. Программа МТ представлена в табл. 1. В программу ПР–2 следует вставить код:

```

c=(' ','1','1','1','1','1','_','1','1','1','1','_','_','_'); m:=2; q:='1';
kom[1]:='11>11R'; kom[2]:='1_>21R'; kom[3]:='21>21R'; kom[4]:='2_>3_L';
kom[5]:='31>3_S';

```

Таблица 1			Таблица 2				Таблица 3			
Q	“1”	“ ”	Q	“ ”	“1”	“*”	Q	“ ”	“1”	“*”
1	11R	21R	1	1_R	21R		1	1_R	3*R	
2	21R	3_L	2	2_L	2*R	3*L	2	2_L	2*R	3*L
3	3_S		3	3_S	3*L	3_L	3	3_S	2*R	3*L

Задача 3. На ленте МТ — конечный набор единиц: $_11111_$. Напишите программу, которая ставит звездочки вместо первой и последней единицы, остальные стирает.

Решение: Пусть МТ находится в состоянии 1. Программа для МТ — в табл. 2. В компьютерную программу ПР–2 необходимо вставить следующий код:

```
c=('_','1','1','1','1','1','1','1','1','1','1','1','_','_','_','_'); m:=1; q:='1';
kom[1]:='1_>1_R'; kom[2]:='2_>2_L'; kom[3]:='3_>3_S'; kom[4]:='11>21R';
kom[5]:='21>2*R'; kom[6]:='31>3*L'; kom[7]:='2*>3*L'; kom[8]:='3*>3_L';
```

Задача 4. На ленте МТ — конечный набор единиц: 111111. Напишите программу, которая заменяет единицы звездочками. Головка — левее первой единицы.

Решение: Сначала МТ в состоянии 1. Программа МТ представлена в табл. 3. В компьютерную программу ПР–2 необходимо вставить код:

```
c=('_','_','1','1','1','1','1','1','1','1','1','1','_','_','_'); m:=1; q:='1';
kom[1]:='1_>1_R'; kom[2]:='2_>2_L'; kom[3]:='3_>3_S'; kom[4]:='11>3*R';
kom[5]:='21>2*R'; kom[6]:='31>2*R'; kom[7]:='2*>3*L'; kom[8]:='3*>3*L';
```

Q	“ ”	“А”	“В”	“*”	“ ”
1	1 R	2*R	1BR	1*R	1 S
2	3 R	2AR	2BR	2*R	3 R
3	4AL	3AR			
4	1 R	4AL	4BL	4*L	4L

Задача 5. На ленте МТ — последовательность АВВААВАВ. Головка МТ — напротив левого символа. Напишите программу, чтобы МТ группировала символы "А" в правой части строки, а вместо них ставила звездочки.

Решение: Сначала МТ в состоянии 1. Программа МТ представлена в табл. 4. В компьютерную программу ПР–2 следует вставить:

```
c=('_','A','B','B','A','A','B','A','B','_','_','_','_','_'); m:=1; q:='1';
kom[1]:='1_>1_R'; kom[2]:='2_>3|R'; kom[3]:='3_>4AL'; kom[4]:='4_>1_R';
kom[5]:='1A>2*R'; kom[6]:='2A>2AR'; kom[7]:='3A>3AR'; kom[8]:='4A>4AL';
kom[9]:='1B>1BR'; kom[10]:='2B>2BR'; kom[11]:='4B>4BL'; kom[12]:='1*>1*R';
kom[13]:='2*>2*R'; kom[14]:='4*>4*L'; kom[15]:='1|>1|S'; kom[16]:='2|>3|R';
kom[17]:='4|>4L';
```

Q	“ ”	“1”	“2”	“3”	“4”	“5”	“6”	“7”	“8”	“9”
1	2 L	11R	12R	13R	14R	15R	16R	17R	18R	19R
2	2 S	22S	23S	24S	25S	26S	26S	28S	29S	20L

Задача 6. На ленте МТ — число в десятичной системе счисления, например, 134999. Напишите программу, увеличивающую это число на 1.

Решение: Пусть в начале МТ находится в состоянии 1. Программа МТ представлена в табл. 5. В компьютерную программу ПР–2 необходимо вставить:

```
c=('_','1','3','4','9','9','9','_','_','_','_','_','_','_','_'); m:=2; q:= '1';  
kom[1]:='1_>2_L'; kom[2]:='2_>2_S'; kom[3]:='11>11R'; kom[4]:='21>22S';  
kom[5]:='12>12R'; kom[6]:='22>23S'; kom[7]:='13>13R'; kom[8]:='23>24S';  
kom[9]:='14>14R'; kom[10]:='24>25S'; kom[11]:='15>15R'; kom[12]:='25>26S';  
kom[13]:='16>16R'; kom[14]:='26>27S'; kom[15]:='17>17R'; kom[16]:='27>28S';  
kom[17]:='18>18R'; kom[18]:='28>29S'; kom[19]:='19>19R'; kom[20]:='29>20L';
```

Использование компьютерных моделей машин Поста и Тьюринга в учебном процессе способствует более глубокому вопросам алгоритмизации и программирования, повышению интереса к информатике, творческому развитию личности.

Литература

1. Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика: Учебное пособие для студ. пед. вузов. — М.: Издательский центр “Академия”, 2003. — 816 с.
2. Попов В.Б. Turbo Pascal для школьников: Учебное пособие. — М.: Финансы и статистика, 2001. — 528 с.
3. Стариченко Б.Е. Теоретические основы информатики: Учебное пособие для вузов. — М.: Горячая линия – Телеком, 2003. — 312 с.
4. Web-сайт: <http://maier-rv.glazov.net> (электронный ресурс).