Имитационное моделирование процесса обучения как метод педагогического исследования

Р.В. Майер

Глазовский государственный педагогический институт, г. Глазов

Рассмотрены возможности использования имитационных моделей для поиска оптимального пути обучения и обоснования некоторых основных положений дидактики. Обсуждаемый подход является новым методом исследования педагогических систем, который может быть использован как в научных, так и в учебных целях.

Большое значение имеет **проблема нахождения оптимального пути изучения той или иной совокупности вопросов различной сложности** [1]. Допустим, учащийся изучает $N = 3$ темы, и по каждой из тем учитель может решить различное число задач. Время обучения ограничено, общее количество задач, которое решает учащийся, $M = 200$. На решение одной задачи затрачивается время Δt, при этом вероятность решения учащимся задачи данного типа повышается на $\Delta p = \alpha(1 - p)$, где α – коэффициент научения. Уровень знаний Z_i i–ой темы равен вероятности p_i решения задачи по i–ой теме. Сложность задач i–ой зависит от уровня овладения предыдущих тем. При этом коэффициент научения α_i, соответствующий i–ой теме, с ростом уровня знаний Z_j ($j < i$) увеличивается (например, $\alpha_3 = aZ_1 + 0{,}1$). В конце обучения проводится тестирование, его результат равен $T = V_1 Z_1 + V_2 Z_2 + V_3 Z_3$, где V_1, V_2, V_3 — коэффициенты важности, характеризующие степень значимости изученных тем. Необходимо найти оптимальную последовательность решения задач (функцию $U(t)$), при которой результат тестирования T в конце обучения максимален. Будем использовать метод имитационного моделирования. В программе ПР–1 случайно перебираются различные пути изучения этих тем и каждый раз выбирается тот, при котором T больше. При этом рассмотрены ситуации: **Ситуация 1.** Коэффициенты усвоения второй и третьей тем зависят от уровней знаний Z_1 и Z_2 следующим образом: $\alpha_2 = 0{,}5\alpha_1 Z_1$, $\alpha_3 = \alpha_1 Z_2$. Все темы имеют одинаковую важность: $V_1 = V_2 = V_3 = 1$. Результаты оптимизации при $\alpha_1 = 0{,}025$ представлены на рис. 1.1, а при $\alpha_1 = 0{,}05$ рис. 1.2. В интервале $[0; t_1]$ следует решать задачи из темы 1, в интервале

$[t_1;t_2]$ – задачи из темы 2, а в интервале $[t_2;t_3]$ — задачи из темы 3. Во втором случае коэффициенты усвоения в два раза больше, поэтому и результаты тестирования после выполнения того же числа задач выше ($T_1 = 1{,}91,\ T_2 = 2{,}74,\ T_{\max} = 3$). **Ситуация 2.** Коэффициенты усвоения тем: $\alpha_1 = 0{,}025$, $\alpha_2 = \alpha_1 Z_1$, $\alpha_3 = \alpha_1(Z_1 + Z_2)$. При тестировании проверяются знания только третьей темы: $V_1 = V_2 = 0$, $V_3 = 1$. Результаты оптимизации $U(t)$ представлены на рис. 1.3. Оценка за тест $T_1 = 0{,}97$ при $T_{\max} = 1$. **Ситуация 3.** Коэффициенты усвоения тем равны: $\alpha_1 = 0{,}015$, $\alpha_2 = 0{,}015 Z_1 + 0{,}01$, $\alpha_3 = 0{,}015(Z_1 + Z_2)$. Коэффициенты важности тем: $V_1 = 0$, $V_2 = 1$, $V_3 = 5$. Результаты оптимизации представлены на рис. 1.4. Оценка за тест $T = 4{,}69$, $T_{\max} = 6$. **Ситуация 4.** Учащийся изучает 6 тем. Коэффициент усвоения i–ой темы пропорционален уровню знаний предыдущей $(i-1)$–ой темы: $\alpha_1 = 0{,}04$, $\alpha_2 = 0{,}04 Z_1$, $\alpha_i = 0{,}04 Z_{i-1}$. Тест проверяет знания 6–ой темы; коэффициенты важности равны: $V_1 = V_2 = \ldots = V_5 = 0$, $V_6 = 1$. Результаты оптимизации — на рис. 1.5. Оценка за тест $T = 0{,}67$, $T_{\max} = 1$. **Ситуация 5.** Учащийся изучает 6 тем. Коэффициенты усвоения i–ой темы пропорциональны уровню знаний предыдущей $(i-1)$–ой темы и задаются так: $\alpha_1 = 0{,}04$, $\alpha_2 = 0{,}04 Z_1$, $\alpha_i = 0{,}04 Z_{i-1}$. Тест проверяет знания всех тем; коэффициенты важности равны: $V_1 = V_2 = \ldots = V_6 = 1$. Результаты оптимизации представлены на рис. 1.6. Оценка за тест $T = 3{,}67$ при $T_{\max} = 6$.

```
   = = = = = = = = = = = = =  Программа ПР–1. (Free Pascal)  = = = = = = = = =
uses crt, graph; const  dt=0.1; N=6; M=200; Mz=180; a=0.04;
var flag,i,j,DV,MV : integer; al,Z,Z1,Z2,Z3,Zk,M1,vagn: real;
p: array[0..N+1] of real; n1,nomer: array[0..M+1] of word; ZZ: string;
Procedure Schet; begin For j:=1 to N do p[j]:=0;
  For i:=1 to M do begin al:=a; If nomer[i]>1 then al:=a*p[nomer[i]-1];
  p[nomer[i]]:=p[nomer[i]]+al*(1-p[nomer[i]]);
  If flag=1 then For j:=1 to N do circle(10+2*i,400-round(Mz*p[j]),2);
  end; Z:=0; For j:=1 to N do begin vagn:=1; Z:=Z+vagn*p[j]; end; end;
BEGIN DV:=Detect; InitGraph(DV,MV,'c:\bp\bgi'); Randomize;
Repeat Schet; Zk:=Z;  For i:=1 to M do n1[i]:=nomer[i];
  For i:=1 to 3 do begin j:=random(M+1);
  nomer[j]:=round(random(650)/100); end; Schet;
  If Z<Zk then For i:=1 to M do nomer[i]:=n1[i];
  If Z>Zk then begin cleardevice; flag:=1; Schet;
  flag:=0; line(0,400,640,400); line(10,0,10,400);
```

```
   For j:=1 to M do circle(10+2*j,400-50*nomer[j],2);
   circle(600,400-round(Z*10),2); Zk:=Z; Str(Z,ZZ);
   OutTextXY(20,10,ZZ); end;
until KeyPressed; CloseGraph;
END.
```

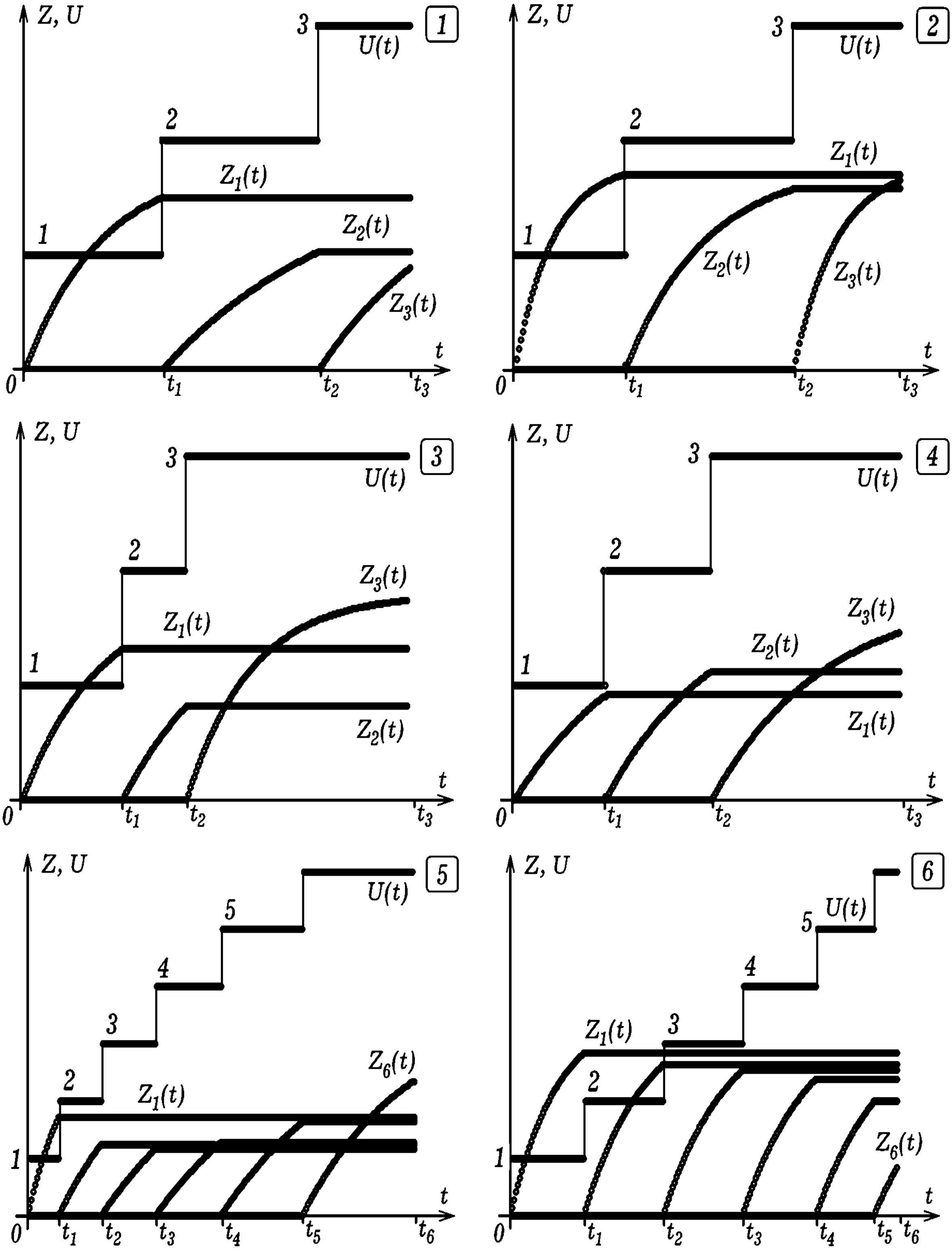

Рис. 1. Результаты оптимизации процесса обучения.

Из результатов моделирования следует: 1. Если изучение i–ой темы приводит к увеличению коэффициента усвоения j–ой темы, то сначала следует изучать i–ую тему, а затем j–ую. 2. Если в выходном тесте в большей степени представлены задачи i–ой темы (то есть они имеют большую важность), то большую часть учебного времени следует решать задачи i–ой темы. Это приведет к повышению эффективности обучения.

Теперь допустим, что обучаемый должен усвоить выполнение определенной последовательности операций $O_0 \to O_1 \to O_2 \to \ldots \to O_9$, приводящей к решению некоторой учебной задачи [1]. Пусть сначала обучаемый 5–10 раз выполняет последовательность операций $O_0 \to O_1 \to O_2 \to \ldots \to O_9$. Каждый раз, когда учащийся совершает правильный переход от операции O_i к O_{i+1}, он учится с коэффициентом научения α_1. В компьютерной модели это будем учитывать так: сначала вероятность правильного перехода $p_{i,i+1}$ увеличим на $\alpha_1(1 - p_{i,i+1})$, после чего осуществим нормирование: вероятности всех переходов $p_{i,j}$ пересчитаем таким образом, чтобы их сумма была точно равна 1. Для нахождения нормированных вероятностей используется формула:

$$p_{i,j} = p_{i,j} / (p_{i,0} + p_{i,1} + ... + p_{i,9}), \quad j = 0,1,2,...9.$$

На втором этапе ученик по памяти пытается воспроизвести запоминаемую последовательность операций, а учитель как–то реагирует на ответы учащегося. В случае правильного ответа учащегося учитель поощряет его (говорит "Да" или молчит), при этом школьник обучается с коэффициентом научения α_2. В случае ошибочного действия $O_i \to O_k$, $k \neq i+1$ учитель выбирает одну из следующих четырех стратегий реагирования: **С1**: "Неверно, повторите еще раз ту же операцию". **С2**: "Неверно. Правильно так: O_{i+1}. Повторите еще раз ту же операцию". **С3**: "Неверно. Повторите всю последовательность действий с начала (с операции O_0)". **С4**: "Неверно. Правильно так: O_{i+1}. Повторите всю последовательность действий с начала (с операции O_0)". В качестве показателей успешности обучения выбраны: 1) уровень знаний, равный $p_{cp} = (p_{01} + p_{12} + p_{23} + ... + p_{89}) / 9$. 2) вероятность правильного выполнения всей совокупности операций $p_{зад} = p_{01} p_{12} p_{23} \cdots p_{89}$.

Все эти ситуации были промоделированы на ПЭВМ. Считалось, что $\alpha_1 = 0{,}1$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0{,}2$. Каждый раз, когда учитель показывает правильную последовательность операций, вероятности правильных переходов возрастают. После первого этапа обучения уровень знаний

$p_{ср} = 0{,}47$, а вероятность правильного решения задачи $p_{зад} = 0{,}001$. На втором этапе учащийся многократно решает задачу методом проб и ошибок. ПЭВМ выбирает случайное число x из интервала [0; 1] и методом выбора по жребию разыгрывает следующий номер операции, реализуемой учеником. Если ученик совершает правильный переход, то есть $O_i - O_{i-1} = 1$ (после O_4 выбрана O_5), то учитель хвалит учащегося, подтверждая, что выбор верен. При этом вероятность $p_{i-1,i}$ правильного перехода увеличивается на $\Delta p = \alpha_2(1 - p[o[i-1], o[i]])$, а затем нормируются вероятности p_{ij} ($j = 0,1,..,9$) так, чтобы их сумма была равна 1. Если ученик совершил неправильный переход ($O_i - O_{i-1} \neq 1$), то учитель наказывает ученика. Если при этом он не подсказывает правильный выбор, то вероятность неверно совершенного перехода уменьшается на $\Delta p = \alpha_3 p[o[i-1], o[i]]$, после чего вероятности p_{ij} нормируются. В случае, когда учитель подсказывает правильный ответ, то используется другой алгоритм: вероятность неверно совершенного перехода уменьшается на Δp, а вероятность правильного перехода от O_{i-1} к $O_{i-1} + 1$ увеличивается на Δp. Сумма вероятностей всех переходов остается равной 1.

Нами использовался метод статистических испытаний. Программа делала 200 циклов и каждый раз вычисляла общее число ответов N_1, число ошибочных ответов N_2, общее время обучения t, которое не должно превзойти заданное значение $t_{\max} = 800$ усл. ед. вр. Когда это происходит, программа выходит из цикла, результаты выводятся на экран ПЭВМ. В нашем случае $\Delta t_1 = 1$ (усл. ед. вр.), $\Delta t_2 = 2$ усл. ед. вр. Результаты моделирования: Стратегия 1: $p_{ср} = 0{,}84$, $p_{зад} = 0{,}20$; Стратегия 2: $p_{ср} = 0{,}97$, $p_{зад} = 0{,}78$; Стратегия 3: $p_{ср} = 0{,}93$, $p_{зад} = 0{,}50$; Стратегия 4: $p_{ср} = 0{,}96$, $p_{зад} = 0{,}70$. Компьютерную программу можно найти на сайте: http://rmajer.narod.ru/str1.htm.

Список литературы

1. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс Э. Введение в математическую теорию обучения. — М: Мир, 1969. — 486 с.