

Майер Р.В. (Глазовский госпединститут)
**ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И СИНТЕЗА С
 ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MATHCAD**

Рассмотрим линейную систему, на которую оказывается воздействие, описываемое периодической негармонической функцией $F = F(t)$ с частотой ω . Для того, чтобы определить отклик системы, функцию $F = F(t)$ раскладывают в ряд Фурье, то есть представляют в виде суммы гармонических функций с частотами $i\omega$, где $i = 1, 2, 3, \dots$

$$T := 0.5 \quad \omega := 2 \cdot \frac{\pi}{T} \quad f(t, T) := \begin{cases} 0.8 & \text{if } 0 \leq t \leq 0.5 \cdot T \\ -0.4 & \text{if } 0.5 \cdot T < t \leq T \end{cases} \quad \text{Рис.1}$$

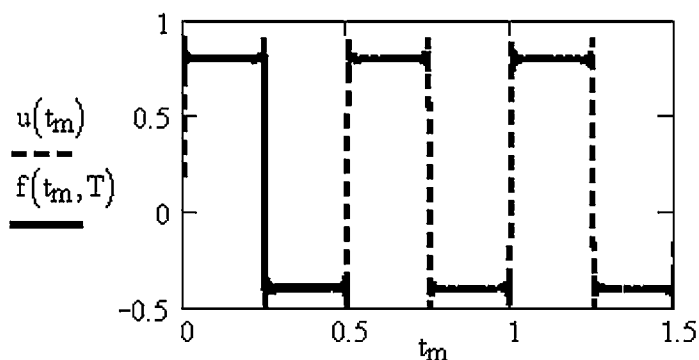
$$A(k, f, T) := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t, T) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \quad Nf := 125$$

$$B(k, f, T) := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t, T) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt \quad k := 0.. Nf - 1 \quad a_k := A(k, f, T)$$

$$i := 1.. Nf - 1 \quad b_i := B(i, f, T)$$

$$u(t) := \frac{a_0}{2} + \sum_i (a_i \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t) + b_i \cdot \sin(i \cdot \omega \cdot t)) \quad Np := 200 \quad m := 0.. 3Np$$

$$t_m := \frac{T \cdot m}{Np}$$



$u(t_m)$	$b_k =$
0.2	0
0.879	0.764
0.791	0
0.781	0.255
0.824	0
0.784	0.153
0.804	0
0.807	0.109

На следующем этапе определяют отклики системы на каждую гармонику по отдельности и, суммируя их, находят результирующий отклик. При этом в соответствии с принципом суперпозиции полагается, что результат несинусоидального воздействия на линейную систему эквивалентен совокупности результатов соответствующих синусоидальных воздействий. В этом и состоит сущность метода гармонического анализа и синтеза. Он используется при изучении колебаний механических и электрических систем и может быть реализован с помощью пакета MathCAD.

В настоящей статье представлен расчет тока в двух цепях, содержащих активно-емкостную и активно-индуктивную нагрузку в случае, когда источник вырабатывает прямоугольные импульсы напряжения (рис. 1, 2 и 3). Рассмотрим основные этапы решения задачи. Сначала задается напряжение и осуществляется его разложение в ряд Фурье, строятся графики исходной функции и суммы 125 гармоник (рис. 1). После этого по известным формулам вычисляются токи через активно-емкостную и активно-индуктивную нагрузки, соответствующие данным гармоникам напряжения, находится их сумма и строятся графики (рис. 2). И, наконец, осуществляется построение амплитудно-частотного спектра напряжения на

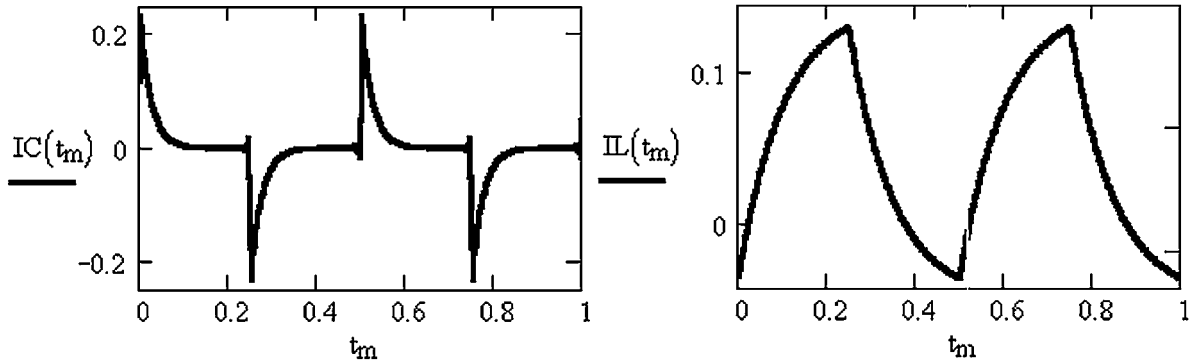
полюсах источника, а также спектров импульсов тока в рассматриваемых случаях (рис. 3).

```
r := 5   C := 5000 · 10-6   L := 0.5   i := 1..Nf - 1
k := 0..Nf - 1   ak := A(k, f, T)   bi := B(i, f, T)
```

Рис.2

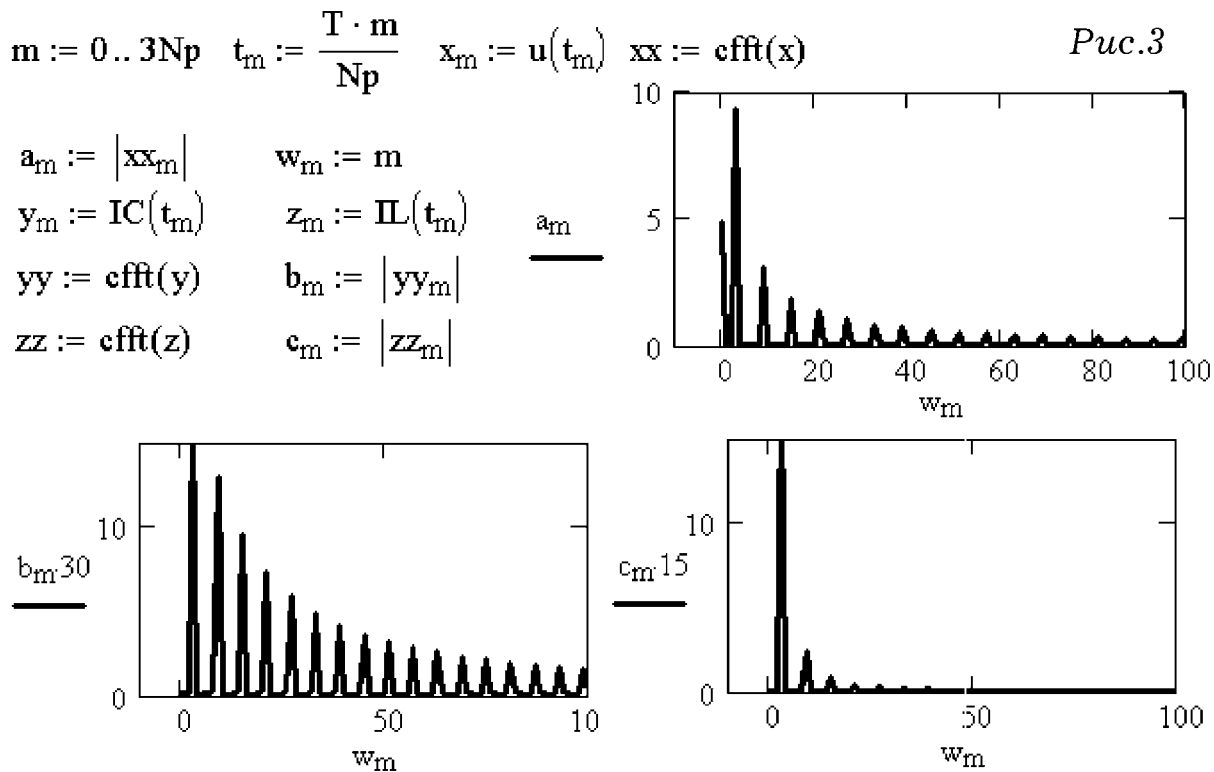
$$IC(t) := \sum_i \left[\frac{a_i}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{(i \cdot \omega \cdot C)^2}}} \cdot \cos\left(i \cdot \omega \cdot t + \operatorname{atan}\left(\frac{1}{i \cdot \omega \cdot C \cdot r}\right)\right) + \frac{b_i}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{(i \cdot \omega \cdot C)^2}}} \cdot \sin\left(i \cdot \omega \cdot t + \operatorname{atan}\left(\frac{1}{i \cdot \omega \cdot C \cdot r}\right)\right) \right]$$

$$IL(t) := \frac{a_0}{2 \cdot r} + \sum_i \left[\frac{a_i}{\sqrt{r^2 + (i \cdot \omega \cdot L)^2}} \cdot \cos\left(i \cdot \omega \cdot t - \operatorname{atan}\left(i \cdot \omega \cdot \frac{L}{r}\right)\right) + \frac{b_i}{\sqrt{r^2 + (i \cdot \omega \cdot L)^2}} \cdot \sin\left(i \cdot \omega \cdot t - \operatorname{atan}\left(i \cdot \omega \cdot \frac{L}{r}\right)\right) \right]$$

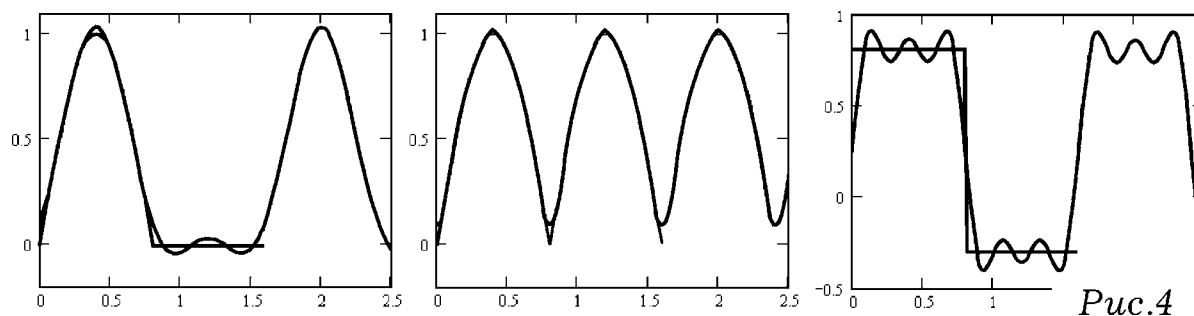


Как видно из получающихся графиков токов IC и IL , при активно-индуктивной нагрузке кривая тока в большей степени похожа на синусоиду, чем кривая напряжения, а в случае активно-емкостной — наоборот. Это объясняется тем, что гармоникам тока высокого порядка конденсатор оказывает меньшее сопротивление, а катушка индуктивности — большее. К тому же выводу можно прийти, анализируя спектры напряжения и токов.

На рис. 4 представлены результаты гармонического анализа и синтеза некоторых других периодических негармонических функций, также полученные с помощью пакета MathCAD.



Использование рассмотренного подхода помогает сформировать у студентов правильные представления о гармоническом анализе и синтезе, научить их решать задачи по этой теме. Проанализированный документ MathCAD может быть использован на занятиях по электротехнике.



Литература

1. Кирьянов, Д.В. MathCAD 12 [Текст]: наиболее полное руководство / Д.В.Кирьянов. – Спб. БХВ – Петербург, 2005. – 562.
2. Поршнев, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием пакета MathCAD [Текст]: учебное пособие / С.В. Поршнев. — М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 252 с.
3. Web-site <http://maier-rv.glazov.net> (<http://komp-model.narod.ru>).