

Информатика



Майер Роберт Валерьевич

Доктор педагогических наук, профессор кафедры информационных технологий в ГОУ ВПО Глазовского государственного педагогического института им. В.Г.Короленко. Имеет почётное звание «Заслуженный деятель науки Удмуртской Республики».

Компьютерное моделирование автоволновых процессов

В статье рассмотрена проблема моделирования автоволновых процессов на компьютере. Предложена компьютерная программа на языке Borland Pascal 7.0, которая позволяет промоделировать целый ряд явлений, происходящих в двумерных активных средах: возникновение одиночных и спиральных автоволн, дифракция, аннигиляция, синхронизация автоволн и т. д.

Представьте себе, что Вы встали на поле и поджигаете траву. Пока температура ниже порогового значения, трава не загорается. При достижении температу-



ры воспламенения трава начинает гореть, выделяя при этом дым. Если дыма много, то процесс горения замедляется, а на некоторых участках прекращается вообще. Когда дым рассеивается, трава снова приобретает способность воспламеняться. В результате образуется фронт огня, который бежит по полю. При этом говорят, что возникла автоволна, — один из результатов самоорганизации в термодинамически активных неравновесных системах. Это самоподдерживающийся волновой процесс, существующий в нелинейных средах, содержащих распределённые источники энергии. Период, длина волны, скорость распространения, амплитуда и другие характеристики автоволны определяются исключительно локальными свойствами среды. Кроме движения фронта горения к автоволновым процессам относятся колебательные химические реакции

в активных средах (реакция Белоусова–Жаботинского), распространение импульса возбуждения по нервному волокну, волны химической сигнализации в колониях некоторых микроорганизмов, автоволны в сегнетоэлектрических и полупроводниковых плёнках, популяционные автоволны, распространение эпидемий и генов, автоволна последовательного падения фишек домино и некоторые другие явления.

Рассмотрим двумерную активную среду, состоящую из элементов, каждый из которых может находиться в трёх различных состояниях: покое, возбуждении и рефрактерности. При отсутствии внешнего воздействия элемент находится в состоянии покоя. В результате воздействия, когда концентрация активатора достигнет порогового значения, элемент переходит в возбуждённое состояние, приобретая способность возбуждать соседние элементы. Через некоторое время после возбуждения элемент переключается в состояние рефрактерности, находясь в котором, он не может быть возбуждён. Затем элемент сам возвращается в исходное состояние покоя, снова приобретая способность переходить в возбуждённое состояние. Попытаемся промоделировать процессы, происходящие в двумерной активной среде при различных параметрах среды и начальном распределении возбуждённых элементов.

Будем использовать обобщённую модель Винера–Розенблюта. Мысленно разобьём экран компьютера на элементы, определяемые индексами i, j (номер столбца и номер строки) и образующие двумерную сетку. Пусть состояние каждого элемента описывается фазой $y_{i,j}^t$ и концентрацией

активатора $u_{i,j}^t$, где t – дискретный момент времени. Если элемент находится в покое, то будем считать, что $y_{i,j}^t = 0$. Если вследствие близости возбуждённых элементов концентрация активатора $u_{i,j}^t$ достигает порогового значения h , то элемент возбуждается и переходит в состояние 1. Затем на следующем шаге он автоматически переключается в состояние 2, после этого – в состояние 3 и т. д., оставаясь при этом возбуждённым. Достигнув состояния r , элемент переходит в состояние рефрактерности. Через s ($s > r$) шагов после возбуждения элемент возвращается в состояние покоя. При этом реализуется следующее правило:

$$y_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} y_{i,j}^t + 1, & \text{если } 0 < y_{i,j}^t < s, \\ 0, & \text{если } y_{i,j}^t = s, \\ 0, & \text{если } y_{i,j}^t = 0, \quad u_{i,j}^t < h, \\ 1, & \text{если } y_{i,j}^t = 0, \quad u_{i,j}^t \geq h. \end{cases}$$

Будем считать, что при переходе из состояния s в состояние покоя 0 концентрация активатора становится равной 0. При наличии соседнего элемента, находящегося в возбуждённом состоянии, она увеличивается на 1. Если l ближайших соседей возбуждены, то на соответствующем шаге к предыдущему значению концентрации активатора прибавляется число возбуждённых соседей: $u_{i,j}^{t+1} = u_{i,j}^t + l$. Можно ограничиться учётом восьми соседних элементов.

Для моделирования автоволновых процессов в активной среде необходимо составить цикл по времени, в котором вычисляются фазы элементов среды в последующие моменты времени и концентрация активатора, стира-



ется предыдущее распределение возбуждённых элементов и строится новое. Алгоритм состоит в следующем.

1. Задают число элементов активной среды, её параметры s, r, h , начальное распределение возбуждённых элементов.

2. Начало цикла по t . Дают приращение по времени: переменной t при

сваивают значение $t+1$.

3. Перебирают все элементы активной среды, определяя их фазы $y_{i,j}^{t+1}$ и концентрацию активатора $u_{i,j}^{t+1}$ в момент $t+1$.

4. Очищают экран и строят возбуждённые элементы активной среды.

5. Переход к операции 2. Если цикл по t закончился, то выход из него. Ниже представлена программа, моделирующая активную среду и происходящие в ней процессы. В программе заданы начальные значения фазы $y_{i,j}^{t+1}$ всех элементов активной среды, а также имеется цикл по времени, в котором рассчитываются значения $y_{i,j}^{t+1}$ в следующий момент $t+1$ и осуществляется графический вывод результатов на экран. Параметры среды $r=6, s=13, h=5$, то есть каждый элемент, кроме состояния покоя, может находиться в 6 возбуждённых состояниях и 7 состояниях рефрактерности. Пороговое значение концентрации активатора равно 5.

```
Uses dos, crt, graph; {Borland Pascal 7.0}
Const N = 110; M = 90; s = 13; r = 6; h = 5;
Var y, yy, u : array [1..N, 1..M] of integer;
    ii, jj, j, k, Gd, Gm : integer; i : Longint;
Label met;
```

BEGIN

```
Gd:= Detect; InitGraph(Gd, Gm, 'c:\bp\bgi');
setcolor(8); setbkcolor(15);
(* y[50,50]:=1; { Одиночная волна } *)
For j := 1 to 45 do { Однорукавная волна }
  For i := 1 to 13 do
    y[40 + i, j] := i;
(* For j:=1 to M do { Двухрукавная волна }
  For i:=1 to 13 do begin
    y[40+i,j]:=i;
    If j>40 then y[40+i,j]:=14-i;
  end; *)
Repeat
```

```

If k = round(k/20)*20 then y[30, 30] := 1; {Осциллятор 1}
(* If k=round(k/30)*30 then y[20,50]:=1; {Осциллятор 2} *)
For i:=2 to N-1 do For j:=2 to M-1 do begin
  If (y[i, j] > 0) and (y[i, j] < s) then yy[i, j] :=
  y[i, j] + 1;
  If y[i, j] = s then begin yy[i, j] := 0; u[i, j] := 0;
  end;
  If y[i, j] <> 0 then goto met;
  For ii := i-1 to i+1 do For jj := j-1 to j+1 do begin
    If (y[ii, jj]>0) and (y[ii, jj]<=r)
      then u[i, j] := u[i, j]+1;
    If u[i, j] >= h
      then yy[i,j] := 1;
  end;
  met:
end
Delay(2000);
cleardevice;
For i:=21 to 70 do begin
  yy[i, 60]:=0; yy[i, 61]:=0; {Препятствие}
  circle(6*i-10, 500-6*60, 3);
  circle(6*i-10, 500-6*61, 3);
end;
For i := 1 to N do For j:=1 to M do begin
  y[i, j] := yy[i, j];
  setcolor(12);
  If (y[i, j]>=1) and (y[i, j]<=r)
    then circle(6*i-10, 500-6*j, 3);
  setcolor(8);
  If (y[i, j]>6) and (y[i, j]<=s)
    then circle(6*i-10, 500-6*j, 2);
end;
Until KeyPressed;
CloseGraph;
END.

```

Приведённая программа позволяет выполнить следующие задания.

Задание 1. Получите одиночную волну возбуждения. Для этого следует один из элементов среды перевести в возбуждённое состояние. Это осуществляется с помощью оператора $y[50, 50] := 1$;

Задание 2. Промоделируйте серию автоволн. Для этого необходимо, чтобы один из элементов совершал периодические колебания, то есть через заданное число шагов авто-

матически переходил в возбуждённое состояние. Такой элемент называется осциллятором. Для получения серии автоволн следует активизировать строку с пометкой «Осциллятор 1»:

```

If k=round(k/20)*20 then
y[30,30]:=1;

```

При этом, когда параметр цикла k будет кратен 20, соответствующий элемент перейдёт в возбуждённое состояние 1 и испустит волну.

Задание 3. Получите однорукавную спиральную автоволну, возникающую на краях фронта (рис. 1.1). Для этого необходимо в блоке начальных условий задать плоскую волну, фронт которой обрывается в середине экрана, что осуществляется с помощью операторов:

```
For j:=1 to 45 do For i:=1 to 13 do y[40+i,j]:=i;
```

Задание 4. Получите двухрукавную спиральную автоволну (рис. 1.2). Для этого необходимо задать начальные условия следующим образом:

```
For j:=1 to M do  
  For i:=1 to 13 do begin  
    y[40+i,j]:=i;  
    If j>40 then y[40+i,j]:=14-i;  
  end;
```

Задание 5. Исследуйте эффект синхронизации, состоящий в том, что при наличии двух или более источников автоволн высокочастотные источники подавляют низкочастотные. В результате наступает синхронизация элементов среды: колебания происходят с частотой,



равной частоте высокочастотного источника. Чтобы пронаблюдать это

явление на экране компьютера, следует промоделировать два осциллятора, работающих на разных частотах (активизировать операторы с пометками «Осциллятор 1» и «Осциллятор 2»). Из рис. 2.1 видно, что левый осциллятор, частота колебаний которого в два раза больше частоты правого, вытесняет автоволны, вырабатываемые правым источником.

Задание 6. Промоделируйте взаимодействие спиральных автоволн с автоволнами, вырабатываемыми осциллятором, колеблющимся с низкой частотой. Результат приведён на рис. 2.2.

Задание 7. Исследуйте дифракцию автоволн. Для этого необходимо создать волну, на пути которой расположено препятствие, состоящее из невозбуждающихся элементов, расположенных вдоль прямой и всегда находящихся в состоянии 0 (рис. 3). Достаточно активизировать цикл, в котором обнуляются соответствующие значения фазы и рисуется препятствие:

```
For i:=21 to 70 do begin  
  yy[i,60]:=0; yy[i,61]:=0;  
  circle(6*i-10,500-6*60,3);  
  circle(6*i-10,500-6*61,3);  
end;
```

Задание 8. Изучите распространение автоволн в двумерной среде, содержащей два параллельно расположенных экрана. Пронаблюдайте аннигиляцию автоволн, распространяющихся навстречу друг другу.

Задание 9. Исследуйте распространение и аннигиляцию одиночного импульса в одномерной активной среде.

Задание 10. Изучите распространение автоволн в одномерной активной среде при наличии осциллятора.

Задание 11. Изучите распространение одиночного импульса в одномерной активной среде, последний элемент которой контактирует с первым.

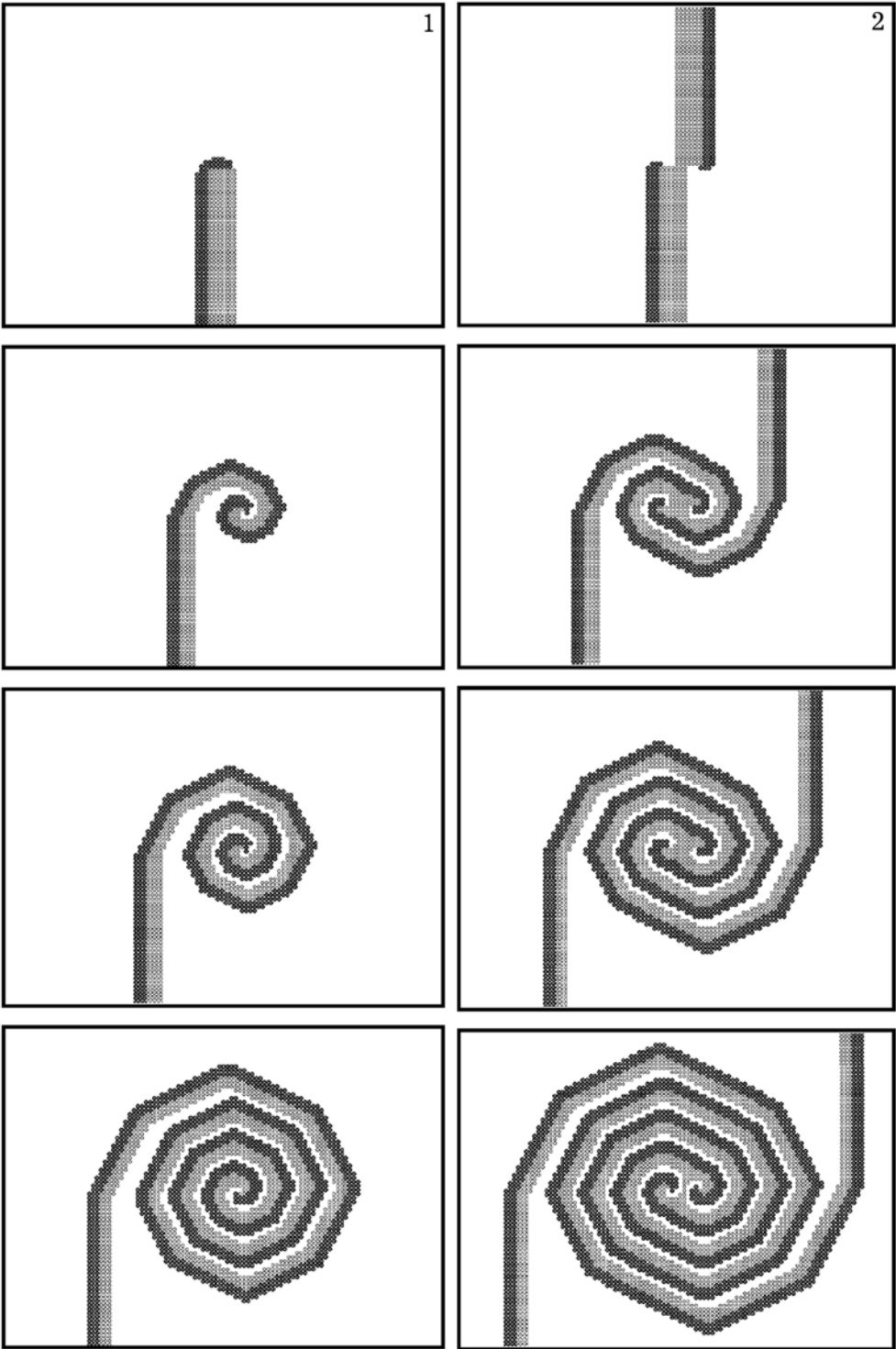


Рис. 1

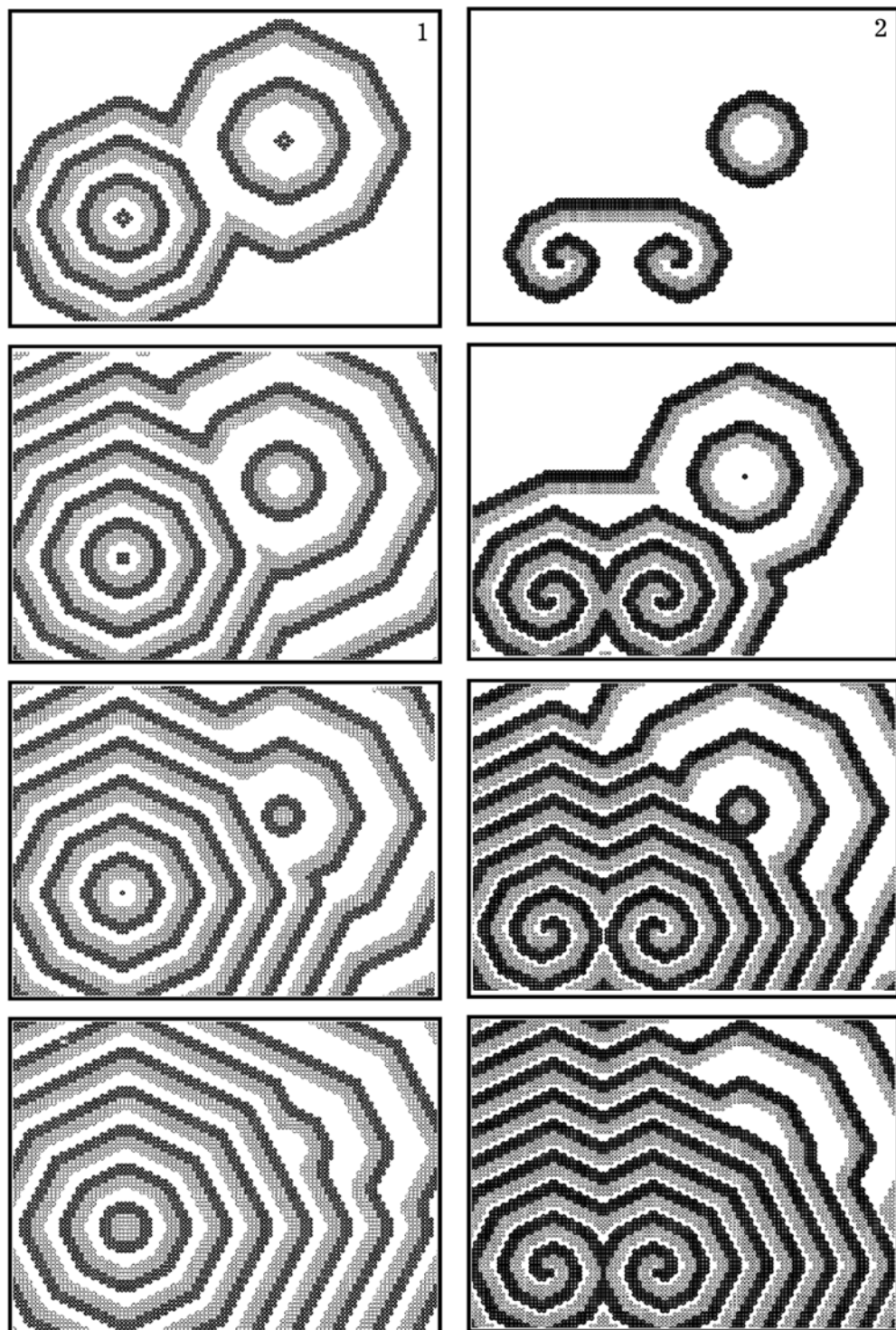


Рис. 2

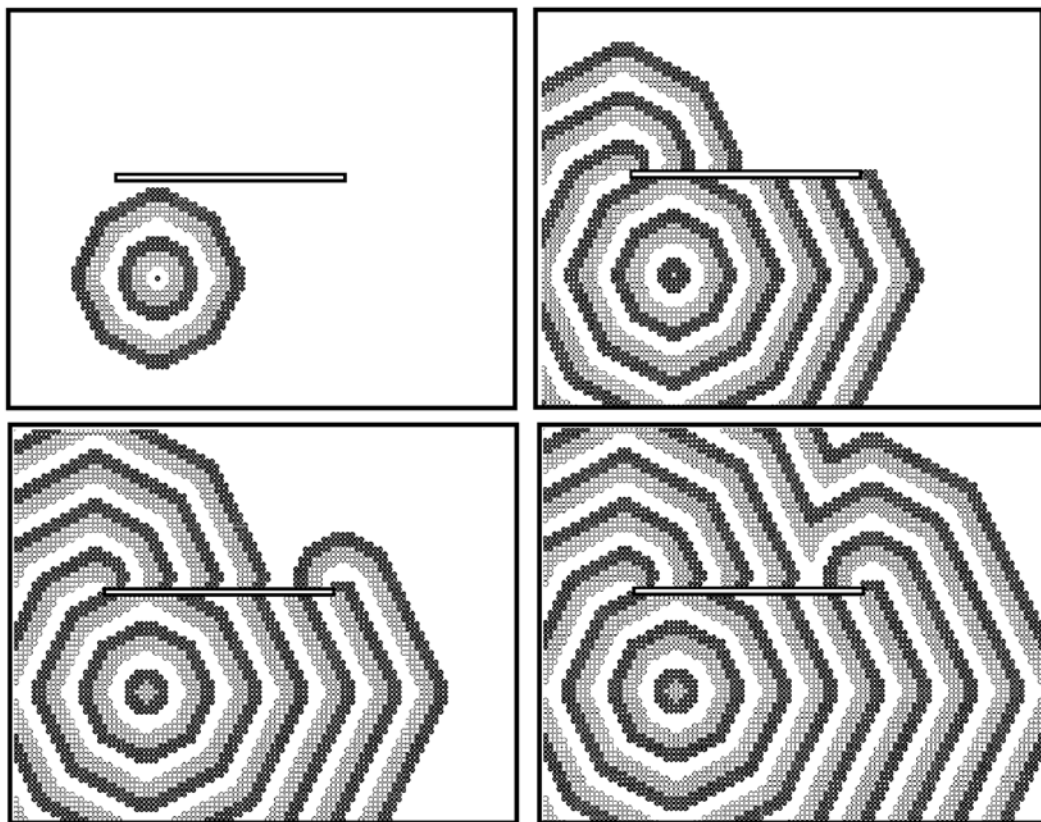


Рис. 3

Рассмотренная компьютерная модель автоволновых процессов позволяет исследовать основные свойства автоволн. Одним из важнейших преимуществ разработанной компьютерной программы является её простота. Вычислительные эксперимен-

ты, демонстрирующие возникновение, распространение, аннигиляцию, дифракцию автоволн, зарождение спиральных автоволн различных типов, служат убедительными примерами самоорганизации материи при изучении вопросов синергетики.

Список литературы

1. *Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г.* Автоволновые процессы – М.: Наука, 1987. – 240 с.
2. *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса. – М.: Наука, 1988. – 368 с.
3. *Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С.* Введение в синергетику: Учеб. руководство. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
4. *Шелепин Л.А.* Вдали от равновесия. – М.: Знание, 1987. – 64 с.